ESPERIMENTO
DI MATEMATICA

NEL QUALE

IL SIGNOR

FRANCESCO AMALTEO
DI ODERZO

Convittore nel Collegio de' Nobili di Boſogna

DIRETTO

DA' CHERICI REGOLARI DI S. PAOLO

Si offre a ſciogliere gli eſpoſti problemi, e dimoſtrare i teoremi, e ſciogliere i dubbj, che muovere loro ſi poſſono intorno

L'ANALISI SI' FINITA, CHE INFINITA,

Come intorno

A MOLTI CAPI DI MECCANICA.

Data a ciaſcuno la facoltà di proporvi de' dubbj, o di chiedere la ſoluzione de' Problemi, o la dimoſtrazione de' Teoremi.

IN BOLOGNA

Per le Stampe di Lelio dalla Volpe.)(1787.)(

Con licenza de' Superiori.

DELL' ANALISI FINITA.

CAP. I.

Dell' Aritmetica universale.

1. Risolvere i Problemi Aritmetici determinati di primo grado di una sola incognita.
2. Risolvere direttamente, e generalmente i problemi, che diconsi nella volgare aritmetica di falsa posizione.
3. Risolvere le equazioni di primo grado di qualsivoglia numero di incognite.
4. Ridurre alla anzidetta risoluzione i problemi di alligazione semplice, e composta.
5. Risolvere i problemi, che diconsi semi indeterminati.
6. Risolvere le equazioni di secondo grado.
7. Ridurre alla estrazione della radice quadrata i problemi, che nella volgare aritmetica chiamansi di doppia posizione.
8. Esporre la natura delle frazioni continue, e trovare le somme, e le differenze di qualsivoglia numero di termini delle medesime, e trovare la serie, in cui può risolversi qualunque frazione continua.
9. Data una frazione espressa con un gran numero di cifre trovare tutte le frazioni in minori termini, che s' accostino tanto al vero valore, che sia impossibile accostarvisi di più senza usarne di maggiori.
10. Convertire in una serie infinita una quantità divisa per due altre.
11. Trovare la somma di qualunque progressione geometrica, che finisca in un dato termine.

12. Paragonare tra loro in una progreſſione aritmetica il primo, e l' ultimo termine, e 'l numero, la differenza, e la ſomma de' termini.
13. Paragonare tra loro le ſomme delle progreſſioni aritmetiche, ed i numeri figurati.
14. Dato un qualunque numero di quantità trovare in quanti modi ciaſcuna di eſſe tra loro poſſano eſſere combinate, permutate, e variate.

CAP. II.

Della involuzione, ed evoluzione algebraica.

15. Eſporre il metodo de' coefficienti indeterminati.
16. Trovare la celebre formola Newtoniana per la elevazione di un binomio, o polinomio a qualunque potenza intera, e poſitiva.
17. Moſtrare com' eſſa ſi eſtenda altresì a qualunque potenza negativa, o rotta, e perciò com' eſſa poſſa ſervire alla eſtrazione di qualunque radice.
18. Trovare la ſerie ricorrente eſprimente la formola di detto binomio in tutti i caſi.
19. Sciogliere quindi per approſſimazione il problema Deliaco.
20. Dato un numero qualunque di radici di un equazione trovare la ſomma delle varie potenze di eſſe radici.
21. Moſtrare quindi il celebre Teorema di Newton dei coefficienti delle equazioni.
22. Riſolvere una formola qualunque convertibile in fattori, che non ſuperino il ſecondo grado.
23. Riſolvere un binomio $x^n + a^n$ in fattori, che non ſuperino il ſecondo grado.
24. Riſolvere una frazione qualunque in tante frazioni, quanti ſono i fattori del denominatore, ciaſcuna delle quali abbia per denominatore un fattore del denominatore della data frazione.
25. Moſtrare il caſo, in cui queſto metodo è inutile, ed aſſegnarne la ragione.

CAP.

CAP. III.

Delle Equazioni.

26. Esporre la natura delle equazioni, e mostrare le più generali loro proprietà.
27. Separare dalle equazioni di secondo grado una, o più incognite senza usare della estrazione delle radici.
28. Trovare la celebre formola Cardanica per la risoluzione delle equazioni di terzo grado.
29. Mostrare in varii modi, come nel caso delle radici disuguali la formola, tuttochè involta d'immaginarii, possa dare un valore reale.
30. Cosa debbasi pensare del caso irreduttibile di Cardano. Può veramente liberarsi dagli immaginarii, o nò?
31. Risolvere le equazioni di quarto grado per mezzo di quelle del terzo.
32. Mostrare come possiamo risolvere le equazioni di qualunque grado, se le radici sieno razionali.
33. Esporre un metodo semplice per trovare tra i divisori dell'ultimo termine quelli, che sono radici dell'equazione.,
34. Esporre il metodo delle approssimazioni, o sia di trovare i limiti delle radici secondo Newton.
35. Esporre il metodo di risolvere le medesime equazioni facendo uso delle serie ricorrenti.
36. Data una equazione trasformarla in un'altra dell'istesso ordine, e di diversi coefficienti.
37. Dedurre quindi le principali regole delle trasformazioni delle equazioni.
38. Dimostrare il celebre teorema dell'Udden per trovare le radici uguali di una equazione.

CAP. IV.

Alcuni problemi dipendenti dall' esposte Teorie.

39. Presa in prestito una somma di 600 scudi per tre anni, restituirla in tal modo, che la parte, che si rende, aggiunta all' annuo frutto, faccia tutti tre gli anni una ugual somma.

40. Date tre misture di metalli liquefatti, e di egual peso; la prima delle quali contenga 12 oncie d' argento, una di bronzo, tre di stagno; la seconda un' oncia d' argento, 12 di bronzo, tre di stagno; la terza niuna d' argento, 14 di bronzo, una di stagno: trovare tali quantità, per cui moltiplicate le proposte misure risulti una mistura, che contenga 4 oncie d' argento, 9 di bronzo, 3 di stagno.

41. Tre pastorelle offrono ad un viandante tre serie di diversi fiori, di viole, di rose, e di giacinti, il viandante vuol dar loro la ricompensa di soldi 901 da distribuirsi per modo, che darà un soldo per ogni fiore alla prima, che glieli offerse, e il resto verrà distribuito egualmente per ogni fiore alle altre. Ora se prima riceve le viole, gli altri fiori hanno la mercede di mezzo soldo per ciascuno; se prima riceve le rose, gli altri hanno un terzo di soldo per ricompensa, e se prima riceve i giacinti per ciascuno degli altri non resta che un quarto di soldo. Cercasi il numero de' fiori di ciascuna serie.

42. Trenta persone tra uomini, donne, e fanciulli mangiarono insieme per la spesa di cinquanta scudi, ma ciascun uomo pagò tre scudi, ciascuna donna due, ciascun fanciullo uno scudo. Domandasi il numero degli uomini, delle donne, e de' fanciulli.

43. Alcuni Capitani comandano partitamente a tre volte tanti soldati a cavallo, e a venti volte tanti fanti, quanti sono i capitani stessi. Un soldato a cavallo ha di paga per ciascun mese tanti fiorini, quanti sono i capi-

capitani, ed ogni fante la metà dei ſoldati a cavallo; la ſpeſa totale è 13000 fiorini. Si vuol ſapere il numero de' capitani.

44. Un maniſcalco, che ha comprato un cavallo per certo numero di ſcudi, lo rivende per 119 ſcudi, e vi guadagna tanti ſcudi per cento, quanto gli era coſtato il cavallo da prima. Cercaſi quanto gli coſtaſſe.

45. Un mercante compra un certo numero di pezze di drappo: paga la prima due ſcudi, la ſeconda quattro, la terza ſei, e così di ſeguito pagando ogni pezza ſuſſeguente due ſcudi di più dell'antecedente; tutte queſte pezze gli coſtano 110 ſcudi. Si domanda quante pezze ha egli comprato.

CAP. V.

Delle Formole Trigonometriche.

46. Trovare le formole per i ſeni, e coſeni della ſomma, e differenza di due archi.

47. Per gli varii prodotti de' ſeni, e de' coſeni.

48. Trovare la formola generale per le ſotteſe degli archi multipli.

49. Per le potenze de' ſeni.

50. Per quelle de' coſeni.

51. Per gli ſeni degli archi ſubmultipli.

52. Dato il ſeno, e il coſeno di un arco trovare il ſeno di un arco multiplo.

53. Dato il ſeno d'un arco qualunque trovare il ſeno di un arco multiplo.

54. Dato ugualmente il ſeno trovare il coſeno d'un arco multiplo.

55. Dati i ſeni, e coſeni trovare le formole per le tangenti.

56. Dato il ſeno, e coſeno d'un arco trovare la tangente d'un arco multiplo qualunque.

57. Trovare la formola per le ſecanti della ſomma, e differenza di due archi.

58. Trovare le formole, che ne eſprimano le cotangenti, e coſecanti.

59. Dati i feni, e cofeni trovare il lato del poligono re-
golare da infcriverfi in un cerchio.

CAP. VI.

Delle Sezioni Coniche in generale, e particolarmente della parabola.

60. Tagliato un cono da un piano, che non paffi pel vertice, nè fia parallelo alla bafe: definire le curve, che fi poffono fegnare nella conica fuperficie.
61. Determinare le equazioni per quefte medefime curve.
62. Determinare il rapporto, che hanno in effe i quadrati delle femiordinate col rettangolo delle afcifse nel parametro.
63. Affegnare i limiti di quefte varie curve.
64. Se nell' affe della parabola fia dato un punto diftante dal vertice per la quarta parte del parametro, determinare la retta, che da quel punto a qualunque punto della parabola fi poffa condurre.
65. Data la retta tirata dal foco ad un punto della parabola determinare la tangente, e la normale ad effa tangente.
66. Determinare il valore della ordinata, che paffa per il foco della parabola.
67. Determinare il valore della fottonormale, e della fottotangente.
68. Determinare il valore della retta, ch' è tra 'l foco, e 'l punto dell' affe, che s' incontra nella normale.
69. Determinare il valore della retta condotta dal foco perpendicolare alla tangente.
70. Tirata dal punto della normale full' affe una perpendicolare alla retta condotta dal foco al punto del contatto, determinare il valore della retta comprefa tra quefta perpendicolare, e la curva, e dall' altra comprefa tra il foco, e la fteffa perpendicolare.
71. Paragonare tra loro i fegmenti del diametro condotto da qualunque punto della parabola parallelo all' affe, e delle rette condotte parallelamente alla tangente della parabola.

CAP.

CAP. VII.

Dell' Elliffe.

72. Data l' equazione dell' elliffe riferita all' uno, o all' altro affe ritrovare le fue analogie principali.
73. Determinare la diftanza de' fochi dal centro, e il valore de' raggj vettori.
74. Trovare la proporzione dell' elliffe al cerchio defcritto o full' affe maggiore, o ful minore.
75. Dedurre da quefte altre proprietà dell' elliffe, e la maniera di defcriverla per moto continuo.
76. Data l' equazione dell' elliffe riferita all' affe maggiore, trovare l' equazione riferendola al foco.
77. Dato l' affe maggiore dell' elliffe, data la fua eccentricità, e l' angolo dell' anomalia vera trovare il raggio vettore.
78. Determinare il valore della tangente, e della normale, della fottotangente, e della fottonormale.
79. Prolungati i raggi vettori finchè incontrino le rette tirate dei fochi perpendicolarmente alla tangente determinare il loro valore.
80. Determinare il valore de' rettangoli formati dalle perpendicolari condotte dai fochi alla tangente; e dalle perpendicolari all' affe maggiore nei vertici prolungate fino alla tangente; e dalla normale moltiplicata nella perpendicolare condotta dal centro alla tangente; e dalla retta condotta dal centro al punto del contatto moltiplicata nella porzione di effa comprefa tra la curva, e la perpendicolare a lei calata dal punto, in cui la normale incontra l' affe
81. Condotte dal punto della normale full' affe due perpendicolari ai raggi vetori determinare i valori delle porzioni di quefti raggi, che fono comprefe tra la curva, e le accennate perpendicolari.
82. Trovare l' equazione dell' elliffe riferita a qualunque diametro.

83. Trovare in qual luogo i due diametri conjugati diventano uguali.
84. Trovare il valore da' parallelogrami circoscritti alla elliſſe.

CAP. VIII.

Della Iperbola.

85. Data l'equazione alla iperbola trovare l'equazione alla ſteſſa preſe le aſciſſe dal centro.
86. Determinare la diſtanza del foco dal centro dell'iperbola, e dai vertici della medeſima.
87. Determinare la tangente, e la normale dell'iperbola.
88. Dedurre quindi altre proprietà principali dell'iperbola.
89. Determinare il valore della ſottotangente, e della ſottonormale.
90. Trovare l'equazione dell'iperbola agli aſſintoti.
91. Determinare il valore delle rette tirate nel piano della iperbola, e prodotte fino agli aſſintoti, ed il valore delle due rette tirate dai fochi ad un punto dell'iperbola.

CAP. IX.

Della coſtruzione delle Equazioni di qualſivoglia grado.

92. Dichiarare generalmente coſa ſia luogo geometrico.
93. Coſtruire un problema qualunque indeterminato di primo grado.
94. Eſporre le equazioni generali di tutte le ſezioni coniche.
95. Aſſegnare la ſezione conica, a cui appartenga qualunque equazione propoſta di ſecondo grado.
96. Coſtruire una equazione di ſecondo grado ſecondo il metodo dell'Hôpital.
97. Eſporre il metodo di Giovanni Wit per la coſtruzione de' problemi di ſecondo grado.
89. Eſporre il metodo di coſtruire le equazioni di terzo grado, e di quarto colla interſezione delle ſezioni coniche.
99. Coſtruire le equazioni di terzo grado.

100.

100. Costruire quelle di quarto grado.
101. Dimostrare come si possa per le intersezioni delle curve costruire una equazione determinata di qualunque grado.

CAP. X.

Delle Curve trascendenti.

102. Indicare la genesi della spirale di Conone, e d'Archimede, e trovare la sua equazione.
103. Come si possa costruire la Logaritmica spirale.
104. Esporre la genesi della Cissoide di Diocle, e stabilire la sua equazione.
105. Descrivere la Concoide di Nicomede, e trovare l'equazione alla Concoide superiore, ed inferiore.
106. Costruire meccanicamente la quadratrice di Dinostrate, ed assegnare la generale sua equazione.
107. Mostrare come nasca la Cicloide di Galileo, distinguerne la triplice sua specie, e trovare l'equazione.
108. Dimostrare le proprietà principali della Cicloide.
109. Trovare il modo di determinare la linea de' seni.
110. Trovare quelle delle tangenti, e delle secanti.

DELL' ANALISI INFINITA.

CAP. XI.

Del Calcolo delle differenze in generale.

111. Assegnare il principio per trovare le differenze delle quantità sommate e sottratte le une dalle altre.
112. Trovare le differenze finite de' prodotti.
113. Delle frazioni.
114. Trovare la differenza finita d'un logaritmo.
115. D'una quantità esponenziale.
116. D'un seno, e coseno.

117. Trovare il Teorema del d' Alembert per avere la differenza finita d' una formola a più variabili.
118. Trovare le seconde, e terze differenze finite.
119 Trovare la somma di una potenza moltiplicata per la differenza finita della quantità semplice.
120. Mostrare la necessità d' aggiungervi una costante arbitraria.

CAP. XII.

Del calcolo dei differenziali delle quantità algebraiche.

121. Stabilire il principio fondamentale per differenziare le quantità algebraiche, e trovare quindi le differenze delle quantità semplici sommate e sottratte le une dalle altre.
122. Trovare le differenze dei prodotti.
123. Delle frazioni.
124. Trovare le differenze delle differenze, o sia le differenze d' ordine superiore.

CAP. XIII.

Delle quantità logaritmiche, ed esponenziali.

125. Trovare la differenza della quantità logaritmica $L.x$, $L^m x$.

126. Di $L^m x^n$.

127. Di LLx.

128. Di $L^m Lx$.

129. Di $L^m L^n x$.

130. Assegnare la differenza della quantità esponenziale a^z.

131. Di z^x.

132. Di z^{x^p}

133. Di $x^{p^z} . y^{u^t}$.

CAP.

CAP. XIV.

Delle Funzioni Circolari.

CAP. XV.

Metodo diretto delle tangenti.

150. Trovare la ſottotangente nelle curve traſcendenti, di cui ſi abbia l'equazione differenziale, e darne un eſempio del metodo nella cicloide.

151. Trovare la formola generale per le curve traſcendenti, che ſi poſſono riferire ad un polo, e moſtrare l'applicazione del metodo nella Spirale Archimedea.

152. Nella Concoide di Nicomede.

153. Nella Ciſſoide di Diocle.

154. Trovare l'eſpreſſione generale della ſottotangente in altre curve traſcendenti per mezzo di una relazione tra due archi di note curve, ed applicare il metodo alla quadratrice di Dinoſtrate.

155. Dimoſtrare, che la fluſſione d'una equazione ad una, o più variabili è uguale alla ſteſſa equazione moltiplicata in una ſerie aritmetica termine per termine.

156. Moſtrare come regga la formola generale della ſottotangente, tuttochè maneggiata al ſolito ci conduca ad eſpreſſioni inſignificanti.

CAP. XVI.

Dei punti ſingolari.

157. Trovare un punto, che ſia multiplo.

158. Moſtrare il metodo nell'equazione di qualche curva.

159. Trovare un punto ſingolare, che non ſia multiplo.

160. Dar un eſempio del metodo in qualche curva.

161. Trovare un punto, che ſia inſieme multiplo, e d'infleſſione multiplice.

CAP. XVII.

Dei maſſimi, e dei minimi.

162. Trovare il metodo generale per avere i maſſimi, ed i minimi.

163. Applicare il metodo ſciogliendo il problema di dividere una quantità per modo, che il prodotto delle due parti ſia un maſſimo.

164.

164. Date l'ordinate d'una curva, e la flusſione dell'aſſe, determinare l'ordinata proſsima antecedente, e proſsima suſſeguente.

165. Aſſegnare le regole per trovare l'ordinata maſsima, e minima, e diſtinguere l'una dall'altra nel caſo della fluſsione dell'ordinata eguale a zero.

166. Nel ſecondo caſo della fluſsione dell'ordinata eguale a infinito.

167. Fra tutti i coni inſcritti in una sfera aſſegnare quello, la cui ſuperficie conveſſa ſia la maſsima.

168. Fra tutti i parallalepipedi di un dato lato eguali ad un dato cubo, trovare quello, che abbia la minima ſuperficie.

CAP. XVIII.

De' fleſſi, e regreſſi.

169. Trovare i fleſsi, e regreſsi delle curve, uſando del metodo corretto dai moderni Matematici, e per queſto medeſimo diſcernere il paſſaggio dalla concavità alla conveſsità verſo l'aſſe, e viceverſa

170. Determinare quando nel refleſſo la tangente ſi faccia parallela all'aſſe, e quando ad eſſa divenga perpendicolare.

171. Scoprire nelle curve i punti di regreſſo.

172. Eſporre gli indizj finora trovati per diſtinguere il fleſſo dal regreſſo, e le diverſe ſpecie di eſſo.

CAP. XIX.

Dei raggi oſculatori.

173. Aſſegnare le proprietà principali dell'evoluta, o ſia curva generante del raggio oſculatore, e della curva generata.

174. Trovare le formole generali per il raggio oſculatore.

175. Determinare il raggio oſculatore nell'iperbola tra gli aſſintoti.

176.

176. Determinare il medesimo nell' ellisse.
177. Data l' equazione della curva generale, trovare quella dell' evoluta, e viceversa
178. Dimostrare, che l' evoluta della parabola Apolloniana è la seconda parabola cubica.
179. Mostrare la proprietà della Cicloide di rigenerare sè stessa.
180. La proprietà medesima nella spirale logaritmica.

CAP. XX.

Del Calcolo Integrale.

181. Stabilire la regola fondamentale per tutto il calcolo integrale delle formole ad una variabile.
182. Mostrare come l' addotta regola ci porti alcuna volta ad una espressione inutile.
183. Assegnare la maniera d' integrare le formole differenziali, quando la variabile abbia per esponente l' unità negativa.
184. Mostrare quali formole si possano generalmente integrare algebraicamente, e darne un esempio.
185. Integrare per serie una qualunque formola, che non riceva integrazione algebraica.
186. Integrare allo stesso modo una formola di potestà fratta.
187. Rassegnare un metodo per ridurre le formole differenziali in una serie tale, che presi i suoi termini a due a due sieno algebraicamente integrabili.
188. Integrare le frazioni, che includono le condizioni, che il numeratore sia il differenziale perfetto del denominatore, od un multiplo, o summultiplo di esso, o generalmente, quando sia ad esso proporzionale.
189. Integrare almeno per mezzo della logaritmica una frazione, il cui numeratore sia razionale, ed il denominatore una qualunque equazione, che abbia tutte le radici reali nel primo caso, in cui le radici sieno uguali.
190. Nel secondo caso, in cui tutte le radici sieno disuguali, e innoltre sieno gli esponenti della variabile eguale a zero.

191.

191. Nel terzo caso, in cui le radici sieno miste, e sieno pure eguali a zero gli esponenti della variabile.

192. Nel quarto caso, in cui essendo il denominatore composto di radici o tutte disuguali, o miste di uguali, e disuguali sieno innoltre gli esponenti della variabile numeri positivi, e razionali.

193. Nel quinto, in cui le radici sieno reali, ma inassegnabili algebraicamente.

194. Trovare il differenziale di un arco qualunque di cerchio, e rapportare alla rettificazione di quest' arco tutte quelle frazioni, che dalle indicate ne' casi superiori non differiscono in altro, che nell' avere le radici del denominatore immaginarie, quando nel denominatore l' incognita non sia elevata più, che alla seconda potenza.

195. Integrare le formole differenziali quando il moltinomio elevato ad una potenza negativa, o positiva, razionale, o irrazionale è moltiplicato o pel suo differenziale, o per un multiplo di esso, o per una quantità ad esso in qualche modo proporzionale.

196. Ridurre la integrazione della formola $x^{p} dx \left(1 + cx^{n}\right)^{m}$ alla integrazione dell' altre formole, in cui l' esponente si accresca, o si diminuisca dell' esponente n preso alquante volte.

197. Ridurre la medesima formola alla integrazione dell' altre formole, in cui l' esponente m di un numero qualunque intero si accresca, o si diminuisca.

198. Liberare dall' assimetria per mezzo di congrue sostituzioni qualunque formola, che contenga un solo radicale, il quale sia quadratico, e l' incognita vincolata non superi il secondo grado, e portare la formola così liberata alla integrazione.

199. Mostrare come tal opera riesca inutile per quelle formole, che di lor natura involgono quadratura di cerchio, e riportare a questa l' integrazione di tali formole.

200. Sciogliere dall' asimetria la formola $\frac{x^m dx \sqrt{a^2 + x^2}}{\sqrt{bb + xx}}$, in cui m sia numero intero, positivo, e dispari.

201. Liberare dall' asimetria, e ridurre quindi all' integrazione la formola generale $\frac{dy \left(y^m + b^m\right)^{\pm \frac{1}{n}}}{y^{tm+1}}$, in cui m, e t sono numeri interi, e positivi.

202. Come pure l' espressione $y^2 dy . \left(y^m + b^m\right)^{\pm \frac{t}{p}}$, quando sia $\frac{2+t}{m}$ un numero intero.

203. Mostrare il modo di rendere integrabile una frazione qualunque sieno i fattori del denominatore; purchè in essi l' incognita non ecceda la seconda dimensione facendo uso delle quadrature supposte del circolo, e della iperbola. Nel primo caso quando l' esponente dell' incognita nel numeratore è uguale a zero.

204. Nel secondo caso quando il medesimo esponente sia numero intero positivo, o negativo.

205. Integrare la formola canonica $\frac{m a^m x^{m+n} dx}{x^m \pm a^m}$ supposto m un numero intero, e positivo, pari, o dispari.

206. Nella supposizione pure, che m sia numero intero, e negativo.

207. Integrare la formola $\frac{dx}{x^{\frac{t}{a}} + a^{\frac{t}{p}}}$ essendo t, e p numeri interi, e positivi.

208. Interogare la formola $\frac{x^{\frac{r}{a}} dx}{x^{\frac{t}{q}} + a^{\frac{t}{q}}}$, essendo tutti i numeri esponenziali interi, e positivi.

20,

209. La formola $\frac{x^n\,dx}{(x^m+a^m)^u}$, essendo m, ed n numeri interi, e positivi, e rotti, e negativi, ed u numero intero, e positivo, ed anche rotto, e negativo.

210. Sommare la formola superiore o algebraicamente, o per quadrature note di curve qualunque sia la natura de' numeri esponenziali, purchè non siano irrazionali: nel primo caso, che sia $\frac{u-n-1-1}{m}$ numero intero.

211. Nel secondo, che sia $\frac{1+n-1}{m}$ numero parimenti intero.

CAP. XXI.

Dell' integrazione delle quantità Logaritmiche, ed Esponenziali.

212. Integrare la quantità logaritmica $m\,L^{m-1}\,\frac{x.dx}{x}$,

213. Come pure $\frac{dx}{x.\,Lx}$

214. $Lx.\sqrt{aa+Lxx}\;\frac{dx}{x.Lx}$

215. $m\,L^{m-1}\,Lx\;\frac{dx}{x.\,Ln}$

216. $n\,m\,L^{n-1}\,x^m\,\frac{dx}{n}$

217. $n\,m\,L^{n-1}\,L^m x\,\frac{dx}{x.\,Lx}$

218. Integrare la formola esponenziale $a^z\,dx$,

219. Come pure $e^x\,dP+p\,dx$ essendo P funzione di x.

CAP. XXII.

Dell' integrazioni delle funzioni circolari.

220. Sommare la quantità d z . cos. z ; − d z . ſen. z ; d z coſ. m z ; − d z . ſen. m z .

221. Integrare le formole generali A d z . coſ. z . ſen. z^n ; − A d z. ſen . z . coſ. z^n .

222. Integrare le formole d z . coſ. z^m ; − d z . ſen. z^m quando m ſia numero intero poſitivo .

223. Sommare una frazione, il cui numeratore ſia l' elemento dell' arco, ed il denominatore il coſeno del medeſimo arco .

224. Come pure quando il denominatore ſia il ſeno dell' arco iſteſſo .

225. Integrare una frazione, il cui numeratore ſia il prodotto dell' elemento dell' arco nel ſeno dello ſteſſo, ed il denominatore ſia il coſeno, e così viceverſa quando ſia il numeratore il prodotto dell' elemento nel coſeno, ed il denominatore ſia il coſeno del medeſimo arco .

226. Integrare finalmente d z . $\sqrt{1 + \text{coſ. } z}$.

CAP. XXIII.

Della quadratura degli ſpazii curvilinei.

227. Trovare la formola generale della quadratura degli ſpazii curvilinei, quando le coordinate ſono ortogonali .

228. Similmente quando ſono obblique .

229. Per le aree rapportate al foco .

230. Quadrare la parabola Apolloniana, e quindi tutte le parabole .

231. Quadrare il cerchio uſando della ſerie Leibniziana .

232. Moſtrare come la quadratura dell' ellisse dipende dalla quadratura del cerchio .

233.

233. Quadrare l' iperbola riferendola a' suoi diametri.
234. La cicloide.
235. La concoide di Nicomede.
236. La spirale di Archimede, e tutte le spirali.
237. Quadrare la curva di Cartesio dell' equazione $b^2 y = bx^2 - x^3$.
238. Quadrare le curve contenute nell' equazione generale

$$= \frac{a x^m}{\sqrt{b + cx^{m+1}}}.$$

239. Quelle parimenti comprese nell' equazione $y = \sqrt[m]{.x + a}$.
240. Quadrare la logaritmica.
241. Trovare l' espressione dell' aree assintotiche delle iperbole in genere.
242. Mostrare in quali iperbole le aree lungo gli assintoti sieno di grandezza infinita, ed in quali l' una di esse sia di grandezza finita, tuttochè infinitamente lunga.
243. Determinare l' area della parabola supposte le coordinate obbliquangole.

CAP. XXIV.

Della rettificazione delle Curve.

245. Stabilire la formola generale della rettificazione delle curve quando le ordinate sono ortogonali.
246. Trovare la medesima per le coordinate obbliquangole.
247. Parimenti quando sieno le curve riferite al foco.
248. Rettificare il cerchio coll' ajuto delle serie.
249 L' Ellisse.
250. L' iperbola riferita ai diametri.
251, La parabola Apolloniana.
212. Trovare la formola di rettificazione per tutte le parabole, ed iperbole tra gli assintoti.
213. Determinare quali di esse sieno rettificabili algebraicamente, e quali per logaritmi, e mostrare come l' iper-

 bola

bola tra gli assintoti non si possa quadrare nè algebraicamente, nè per mezzo delle più semplici quadrature supposte.

254. Rettificare la cicloide.

255. La Parabola poste le coordinate in angolo obbliquo.

CAP. XXV.

Della Cubatura de' Solidi.

256. Trovare le formole generali per la cubatura de' Solidi.

257. Cubare il Cono intiero, e tronco.

258. La Sfera, ed ogni suo segmento, e settore.

259. Cubare un Sferoide ellitico nato dalla rotazione dell' Ellisse Apolloniana intorno all' asse.

260. I Conoidi Parabolici di ogni genere, determinando la differenza della Paraboloide da un Cilindro circoscritto.

261. Il solido nato dalla rotazione dell' Iperbola intorno al suo assintoto, preso come asse.

262. Il solido nato dalla rotazione della Cissoide intorno all' asse.

CAP. XXVI.

Della compianazione delle superficie curve.

263. Trovare le formole per determinare una superficie piana, che equivalga ad una superficie curva.

264. Trovare la superficie del cono intero, e tronco.

263. Della sfera, e di qualunque segmento, assegnando qual proporzione vi abbia tra la superficie della sfera, e la superficie piana di un cerchio massimo di essa sfera.

266. Dei Conoidi Parabolici.

267. Delle Ellissoidi.

268. Delle Iperboloidi.

CAP.

CAP. XXVII.

Della integrazione delle formole differenziali a più variabili del primo ordine.

269. Assegnare il criterio per conoscere se $Pdx + Qdy$ sia integrabile immediatamente, intendendo per P, e Q funzioni qualunque di x, ed y.

270. Integrare la detta quantità quando sia immediatamente integrabile.

271. Semplificare il metodo di detta integrazione.

272. Integrare l'equazione $Pdx + Qdy = 0$ quando sia omogenea supponendola immediatamente integrabile.

273. Render integrabile l'equazione suddetta quando non sia integrabile, per mezzo di un moltiplicatore.

274. Esporre il metodo utile a trovare in moltissimi casi detto moltiplicatore.

275. Estendere le cose anzidette alle formole, ed equazioni, che contengono tre, o più variabili.

276. Ridurre all' integrazione una equazione qualunque differenziale, in cui le due variabili miste comunque a quantità costanti non superino la seconda dimensione.

277. Mostrare come alle volte si possa integrare le equazioni, e formole di primo grado senza previa separazione delle indeterminate.

278. Come, e quando si possano rendere omogenee le formole, e le equazioni che non lo sono,

279. E come separare in esse le indeterminate.

CAP. XXVIII.

Metodi per tentare l' integrazione de' differenziali di qualunque ordine.

280. Assegnare un metodo generale per la integrazione de' differenziali di qualunque ordine ad una sola variabile, e mostrare a qual forma debbano potersi ridurre le formole differenziali di secondo ordine, onde sieno integrabili. 281.

281. Estendere questo criterio ai differenziali superiori al secondo ordine.

282. Integrare nelle medesime supposizioni delle formole le equazioni.

283. Esporre il metodo d'integrare le formole di ordine superiore, che contengono più variabili.

284. Darne un esempio.

285. Mostrare come alle volte le volgari operazioni dell' Algebra servano per integrare le formole differenziali di qualunque ordine.

286. Dare a vedere come per la integrazione giovi supporre alle volte qualche flussione costante, e mostrare le regole da doversi in ciò tenere.

CAP. XXIX.

Del metodo inverso delle tangenti, e dei raggi osculatori.

287. Data la sottangente di una curva, o dato per il rapporto delle coordinate lo spazio compreso da essa curva, oppure il solido generato dal piano curvilineo trovare generalmente la curva.

288. Trovare le curve, che hanno la sotto-tangente $= cx$.

289. Quella, in cui la sottonormale sia tuttora costante.

290. Quella, il cui spazio sia eguale a due terzi del rettangolo delle coordinate.

291. Quella, che ruotate intorno all' asse delle ascisse produca un solido dato per una funzione moltiplicata in $\frac{p}{r}$, che è la ragione della circonferenza al raggio.

292. Dato il raggio osculatore in qualsivoglia modo per l' ordinata di una curva riferita al foco trovare la curva.

293. Dato pure il co-raggio nella stessa ipotesi trovare la curva.

294. Trovare la curva dato il co-raggio per le curve riferite all' asse.

CAP. XXX.

Del metodo delle variazioni.

295. Esporre i teoremi fondamentali di questo metodo supponendo le differenze finite.
296. Tra tutti i poligoni che si ponno formare con un numero dato di lati trovare quello che abbia la più gran superficie.
297. Mostrare come gli enunciati teoremi saranno ancor veri, quand'anche in luogo delle differenze finite, si suppongono infinitamente piccole.
298. Trovare la variazione d'una funzione differenziale qualunque, sia ella, o non sia sotto il segno integrale.
299. Mostrare in che differiscono i massimi, e i minimi presenti, ed in che convengono con quelli, che si sono considerati nel calcolo differenziale.
300. Indicare per quali summatorie possano esprimersi i presenti massimi, e minimi.
301. Tra le curve della stessa lunghezza che congiungono due punti di una retta = m, ritrovare quelle curve, in cui sia massima l'area compresa tra la retta data, e la curva.

DELLA MECCANICA.

CAP. XXXI.

Dell' Equilibrio.

302. Un corpo spinto contemporaneamente da due forze unite ad un angolo qualunque percorrerà la diagonale di un parallelogramo nel tempo che con ciascuna forza separata avrebbe percorso uno dei lati.
303. Ciascuna delle forze componenti, e la composta staran fra loro nella proporzione dei seni degli angoli, che fanno le direzioni delle altre due.

304. Se le forze saran parallele la composta sarà parallela ed eguale alla somma, o differenza delle componenti, secondochè saranno cospiranti, o contrarie.

305. Il momento della composta rapporto al medesimo punto fisso sarà eguale alla somma, o differenza dei momenti delle componenti secondo, ch' esse tenderanno a ravvolgere alcun corpo intorno il punto fisso nella medesima, o contraria direzione. Ciò valerà o sieno le forze oblique, o parallele.

306. Accennare le principali regole della composizione delle forze o parallele, o non parallele, o esistenti nello stesso piano, o in piani diversi.

307. La misura della forza, di cui vengono caricate le parti di una fune fissa in due punti per l' azione d' un peso, che la tende, sono i seni degli angoli formati dalle direzioni delle due braccia della fune colla direzione del peso tendente, non già i coseni de' medesimi angoli, ossia sono i lati ad essi seni proporzionali del parallelogrammo, di cui la diagonale esprimesse il peso tendente.

308. Determinare in un arco qualunque la forza che esercita tutto il peso superiore perpendicolarmente ad una sezione.

309. Se più corpi connessi fra loro con verghe inflessibili, sospendansi da un dato punto avranno l' istesso momento per muovere un corpo intorno allo stesso punto, che se fosser raccolti nel comune centro di gravità.

310. Determinare la distanza del centro di gravità di più corpi da un dato termine qualunque, intorno a cui vogliasi produrre il moto.

311. Trovar l' equazioni onde determinare nel corpo il detto centro.

312. Data l' equazione del corpo determinare il centro di gravità.

313. Trovare il centro di gravità in un triangolo isoscele.

314. Nella Parabola, nell' Ellisse, nel Cono, nel Cilindro.

315. Dimostrare la regola Guldiniana per trovare il centro di gravità nelle superficie nate dalla rivoluzione di una linea, e per i solidi nati dalla rivoluzione di una figura piana.

316. Stabilire rigorofamente il principio dell' equilibrio.
317. Dimoftrare il principio della leva, onde deducefi la teoria delle macchine.

CAP. XXXII.

Della difcefa rettilinea de' corpi.

318. Stabilire le equazioni differenziali per qualunque moto.
319. Dedurre dalle medefime la proprietà del moto equabile.
320. Quelle del moto uniformemente accelerato, e ritardato.
321. Efporre le proprietà del moto accelerato fuppofta la legge di accelerazione proporzionale alla diftanza del centro della forza acceleratrice.
322. Paragonare detta proprietà con quelle della legge antecedente.
323. Efporre la proprietà del moto prodotto dalla gravità acceleratrice, che agifca fecondo i quadrati della diftanza dal centro reciprocamente.
324. Paragonare detto moto col moto prodotto dalla gravità acceleratrice coftante.
325. Efporre la teoria, e le principali formole dei piani inclinati.
326. Moftrare come un corpo cadrà colla fteffa velocità per una curva, che per qualunque piano inclinato da un dato punto ad una orizzontale qualunque.

CAP. XXXIII.

Della ofcillazione, e projezione de' corpi.

327. Trovare la curva, che defcriveranno i projetti.
328. Dati due qualunque degli elementi feguenti velocità, ampiezza, e direzione determinare la terza.
329. Trovare il cafo dell' ampiezza maffima.
330. Data l' ampiezza maffima trovare la direzione del getto onde ferire uno fcopo alzato a una data diftanza fopra l' orizzonte.
331. Se il corpo difcenda per minimi archi di cerchio determinare il tempo delle difcefe.

332.

332. Se il corpo discenda in un qualunque arco cicloidale determinare il tempo delle discese.

333. Dati due punti, che non sieno nella medesima verticale, ed orizzontale, trovare per qual curva il corpo nel più breve tempo possa passare dall' un punto all' altro.

CAP. XXXIV.

Della percossa.

334. Trovare la velocità di due corpi duri dopo l' urto.

335. Trovare le formole esprimenti la detta velocità per i corpi elastici.

336. Esporre il principio del d' Alembert per trovare il moto di più corpi, che agiscono fra loro per urto, o in altra maniera qualunque.

337. Applicare il metodo sciogliendo il problema di trovare la velocità d' una verga fissa in un punto, e caricata di qualunque numero di corpi supponendo, che questi corpi non impediti dalla verga descrivessero in tempi uguali linee infinitesime perpendicolari alla verga.

338. La questione delle forze vive sembrane essere questione di puro nome, potendo usarsi sì l' una misura, che l'altra.

339. Pare per altro più ragionevole usare la Cartesiana.

340. Non è necessario ammettere alcuna forza viva distinta dalla velocità per conciliare il teorema meccanico della Composizione del moto col principio metafisico della proporzione tra la causa, e l' effetto.

F I N E.

Vidit D. Philippus M. Toselli Cler. Reg. S. Paulli, & in Ecclesia Metropolitana Bononiæ Pœnitent. pro Emo ac Revmo Dom. D. Andrea Card. Joannetto Ordinis S. Benedicti Congr. Camaldul., Archiep. Bononiæ, & S. R. I. Principe.

Die 27. Julii 1787.

IMPRIMATUR.

Fr. Aloysius Maria Ceruti Vic. Gen. S. Off. Bonon.



Fig.7.

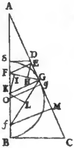


Fig.8.

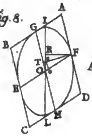
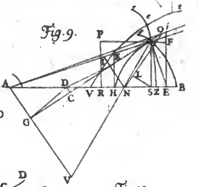


Fig.9.



...g.25.



Fig.16.

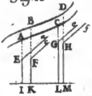


Fig.17.

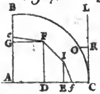


Fig.18.

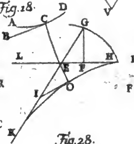


Fig.19.

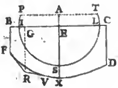


Fig.26.

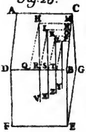


Fig.27.

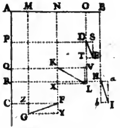


Fig.28.

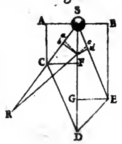
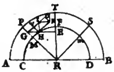


Fig.29.



...ig.36.

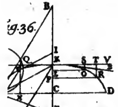


Fig.37.

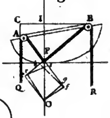


Fig.38.

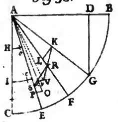


Fig.39.

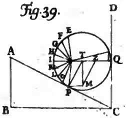




Fig.40.